



Olimpíada de Matemática do Estado do Maranhão – 2025
Segunda Fase – Nível 3 (Ensino Médio)
FOLHA DE QUESTÕES



1. Considere as funções $f(x) = 2^x$ e $g(x) = 2^{x-1} + 1$, representadas no mesmo plano cartesiano. Analise as afirmativas a seguir:

- I. O gráfico de g é obtido do gráfico de f por uma translação de uma unidade para a direita e uma unidade para cima.
- II. O ponto $(0, 1)$ pertence aos gráficos de ambas as funções.
- III. A interseção entre os gráficos de f e g ocorre no ponto $x = 0$.

Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas I é verdadeira
- b) Apenas II é verdadeira
- c) Apenas I e II são verdadeiras
- d) Apenas II e III são verdadeiras
- e) Todas são verdadeiras.

2. Considere o polinômio $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$, com $a, b \in \mathbb{R}$. Sabe-se que $x = 1$ é raiz de multiplicidade 2 de P e que $x = 2$ é raiz de P . Calcule o valor de $a + b$.

- a) 2
- b) $9/4$
- c) $7/2$
- d) 3
- e) $5/2$

3. Durante uma feira de inovação científica em Balsas (MA), alunos criaram um sistema de iluminação automatizada com fileiras de LEDs controladas por pulsos elétricos. Cada pulso acende três novos LEDs a cada segundo, enquanto a cada dois segundos um LED inicial é desligado automaticamente para evitar superaquecimento. No instante inicial ($t = 0$), apenas um LED está aceso. A sequência $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$ representa o número de LEDs acesos a cada segundo. Determine o número total de LEDs acesos após 47 segundos de funcionamento.

- a) 116
- b) 117
- c) 118
- d) 119
- e) 120

4. Em uma pesquisa sobre ondas sonoras conduzida no Laboratório de Física da UFMA, em Codó, um grupo de estudantes observou que a variação da pressão sonora em determinado ponto do ambiente é dada por:

$$p(t) = \sqrt{3} \sin t - \cos t,$$

onde t é o tempo (em segundos) e $p(t)$ é a variação (em pascals). Os estudantes querem determinar em que instante a pressão é máxima e qual é o valor máximo de $p(t)$. Sabe-se que o período do fenômeno é 2π .

- a) $t = \pi/3$ e $p_{\max} = 2$
- b) $t = 2\pi/3$ e $p_{\max} = 2$
- c) $t = \pi/6$ e $p_{\max} = 2$
- d) $t = 2\pi/3$ e $p_{\max} = \sqrt{2}$
- e) $t = 5\pi/6$ e $p_{\max} = 2$

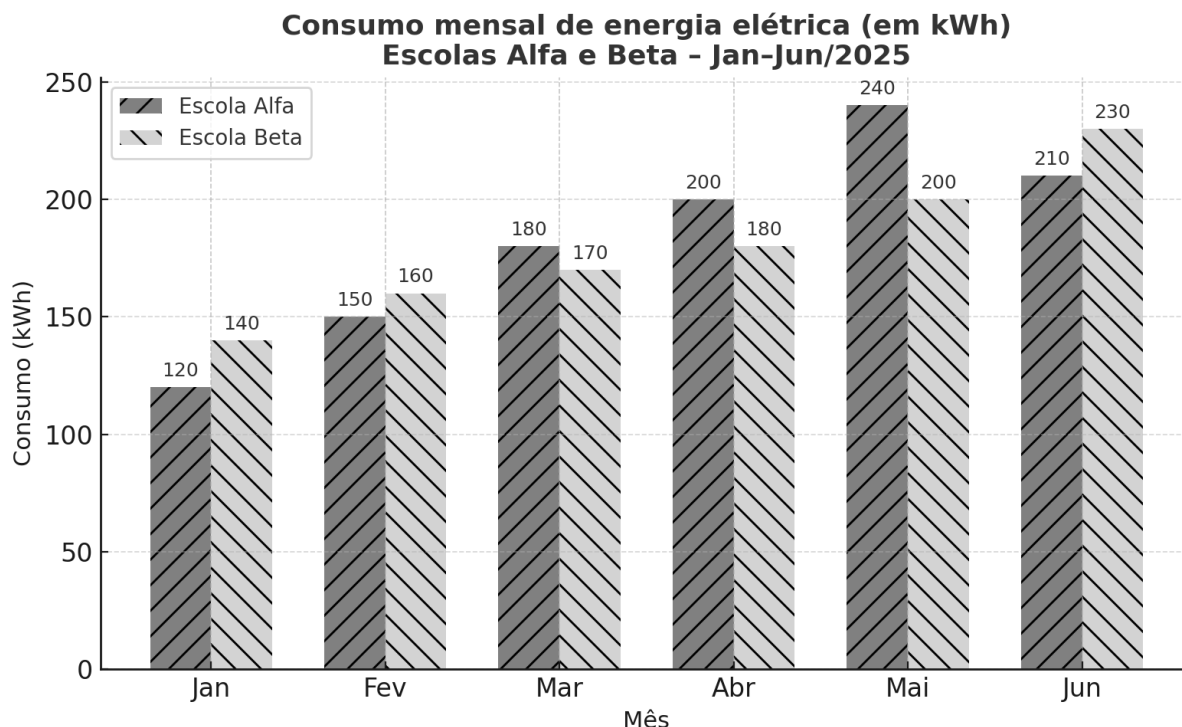
5. Uma pirâmide regular de base quadrada, de lado a , tem altura h . No interior dessa pirâmide foi seccionada, por um plano paralelo à base, uma segunda pirâmide menor, cujos vértices pertencem às arestas laterais da original, a uma distância igual a $h/3$ do vértice superior. Determine a razão entre os volumes da pirâmide menor e da pirâmide original, e o volume do tronco de pirâmide gerado pela secção, em função de a e h .

- a) $1/27$ e $26a^2h/81$
- b) $1/27$ e $26a^2h/27$
- c) $1/9$ e $8a^2h/27$
- d) $1/8$ e $7a^2h/24$
- e) $1/3$ e $2a^2h/3$

6. Considere a circunferência Γ de centro $C(2, -1)$ que passa pelo ponto $P(8, 5)$. Seja r a reta $x - y = 1$. Calcule o comprimento da corda determinada pela interseção de r com Γ .

- a) $2\sqrt{50}$
- b) $2\sqrt{60}$
- c) $2\sqrt{70}$
- d) $4\sqrt{5}$
- e) $8\sqrt{2}$

7. O Gráfico abaixo mostra o consumo mensal de energia elétrica (em kWh) de duas escolas públicas do Maranhão, entre os meses de janeiro e junho de 2025.



Com base nas informações do gráfico, considere as seguintes afirmativas:

- I. A média de consumo mensal da Escola Alfa é maior que a da Escola Beta.
- II. A mediana do consumo da Escola Beta é maior que a da Escola Alfa.
- III. O mês de maior variação entre as duas escolas é maio.

Assinale a alternativa correta.

- a) Apenas I está correta. b) Apenas II está correta. Apenas I e III estão corretas.
b) Apenas II e III estão corretas.
c) I, II e III estão corretas.

8. Em uma escola de Carolina-MA, 200 estudantes participaram de uma oficina de jogos africanos. Dois jogos foram foco da pesquisa: Mancala e Shisima. Constatou-se que 120 estudantes jogam Mancala, 90 jogam Shisima, 50 não jogam nenhum dos dois. Quantos estudantes jogam ambos os jogos?

- a) 40 b) 50 c) 60 d) 70 e) 80

9. No debate sobre taxaço de super-ricos, forma-se uma comissão de 9 deputadas e deputados para ajustar o texto. Quatro são favoráveis à reforma, três são contrários, dois estão indecisos. Sorteia-se aleatoriamente um subgrupo de 3 para negociar a versão final. Qual a probabilidade de esse subgrupo ter maioria favorável à reforma?

- a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{5}{12}$ c) $\frac{17}{42}$ d) $\frac{3}{7}$ e) $\frac{11}{21}$

10. Na Diretoria de Infraestrutura e Segurança da Informação da AGETIC/UFMA, dois analistas, Hélio e José, precisam resolver uma fila de 15 alertas críticos do sistema. Os dois se revezam na operação: Hélio começa, e em cada turno o analista pode resolver 1, 2 ou 3 alertas. Quem resolver o último alerta é considerado o responsável pelo sucesso da operação. Suponha que ambos joguem de forma estratégica e perfeita, sempre buscando vencer. Quem possui estratégia vencedora e qual deve ser a primeira jogada?

- a) Hélio vence somente se iniciar resolvendo 1 alerta.
- b) Hélio vence somente se iniciar resolvendo 2 alertas.
- c) Hélio vence somente se iniciar resolvendo 3 alertas.
- d) José vence, qualquer que seja a jogada de Hélio.
- e) Nenhum possui estratégia garantida.

11. No plano de Argand-Gauss, seja z um número complexo com $|z| = 5$. Calcule o valor de $|z \cdot (1 - i)^6|$.

12. Um cone reto é circunscrito a uma esfera de raio 3 cm, de modo que a esfera é tangente à base do cone e também à sua superfície lateral. Sabendo que o vértice do cone está sobre o mesmo eixo vertical da esfera e que o volume do cone é duas vezes o volume da esfera, determine a altura do cone, em centímetros.

13. Em Arari, às margens do rio Mearim, uma escola promove uma ação cultural e distribui 10.000 bilhetes numerados de 1 a 10.000 para os habitantes do município. Para o prêmio principal, valerão apenas os bilhetes cujo número n satisfaz $\text{mdc}(n, 2025) = 1$ ou $\text{mdc}(n, 2025) = 5$. Quantos bilhetes concorrem ao prêmio principal?

14. Um espaço cultural terá piso em forma de losango. Cada lado mede 25 metros. A diagonal menor mede 30 metros. No centro será construída uma área circular inscrita, tangente aos quatro lados do losango. Determine o raio, em metros, dessa circunferência inscrita.

15. Em uma comunidade ribeirinha às margens do rio Preguiças, 6 canoas partem todas as manhãs levando moradores para a feira. Cada canoa leva um pequeno grupo de passageiros. Em um dia de comemoração, 4 dessas canoas são escolhidas para uma travessia simbólica representando as comunidades do rio. Entre as 6 canoas, 2 pertencem a famílias de quilombolas, 2 a famílias indígenas e 2 a famílias ribeirinhas. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidas as 4 canoas de modo que haja pelo menos uma canoa quilombola, uma indígena e uma ribeirinha participando da travessia?