



**Olimpíada de Matemática do Estado do Maranhão – 2025**  
**Segunda Fase – Nível 3 (Ensino Médio)**  
**FOLHA DE QUESTÕES**



**SEMPRE +** QUALIDADE INOVAÇÃO INCLUSÃO

**1.** Considere as funções  $f(x) = 2^x$  e  $g(x) = 2^{x-1} + 1$ , representadas no mesmo plano cartesiano. Analise as afirmativas a seguir:

- O gráfico de  $g$  é obtido do gráfico de  $f$  por uma translação de uma unidade para a direita e uma unidade para cima.
- O ponto  $(0, 1)$  pertence aos gráficos de ambas as funções.
- A interseção entre os gráficos de  $f$  e  $g$  ocorre no ponto  $x = 0$ .

Assinale a alternativa correta.

|                                  |                                    |
|----------------------------------|------------------------------------|
| a) Apenas I é verdadeira         | b) Apenas II é verdadeira          |
| c) Apenas I e II são verdadeiras | d) Apenas II e III são verdadeiras |
| e) Todas são verdadeiras.        |                                    |

**2.** Considere o polinômio  $P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + ax + 1$ , com  $a, b \in \mathbb{R}$ . Sabe-se que  $x = 1$  é raiz de multiplicidade 2 de  $P$  e que  $x = 2$  é raiz de  $P$ . Calcule o valor de  $a + b$ .

a) 2      b)  $\frac{9}{4}$       c)  $\frac{7}{2}$       d) 3      e)  $\frac{5}{2}$

**3.** Durante uma feira de inovação científica em Balsas (MA), alunos criaram um sistema de iluminação automatizada com fileiras de LEDs controladas por pulsos elétricos. Cada pulso acende três novos LEDs a cada segundo, enquanto a cada dois segundos um LED inicial é desligado automaticamente para evitar superaquecimento. No instante inicial ( $t = 0$ ), apenas um LED está aceso. A sequência  $a_0, a_1, a_2, a_3, \dots$  representa o número de LEDs acesos a cada segundo. Determine o número total de LEDs acesos após 47 segundos de funcionamento.

a) 116      b) 117      c) 118      d) 119      e) 120

**4.** Em uma pesquisa sobre ondas sonoras conduzida no Laboratório de Física da UFMA, em Codó, um grupo de estudantes observou que a variação da pressão sonora em determinado ponto do ambiente é dada por:

$$p(t) = \sqrt{3} \sin t - \cos t,$$

onde  $t$  é o tempo (em segundos) e  $p(t)$  é a variação (em pascais). Os estudantes querem determinar em que instante a pressão é máxima e qual é o valor máximo de  $p(t)$ . Sabe-se que o período do fenômeno é  $2\pi$ .

a)  $t = \frac{\pi}{3}$  e  $p_{max} = 2$       b)  $t = \frac{2\pi}{3}$  e  $p_{max} = 2$       c)  $t = \frac{\pi}{6}$  e  $p_{max} = 2$   
d)  $t = \frac{2\pi}{3}$  e  $p_{max} = \sqrt{2}$       e)  $t = \frac{5\pi}{6}$  e  $p_{max} = 2$

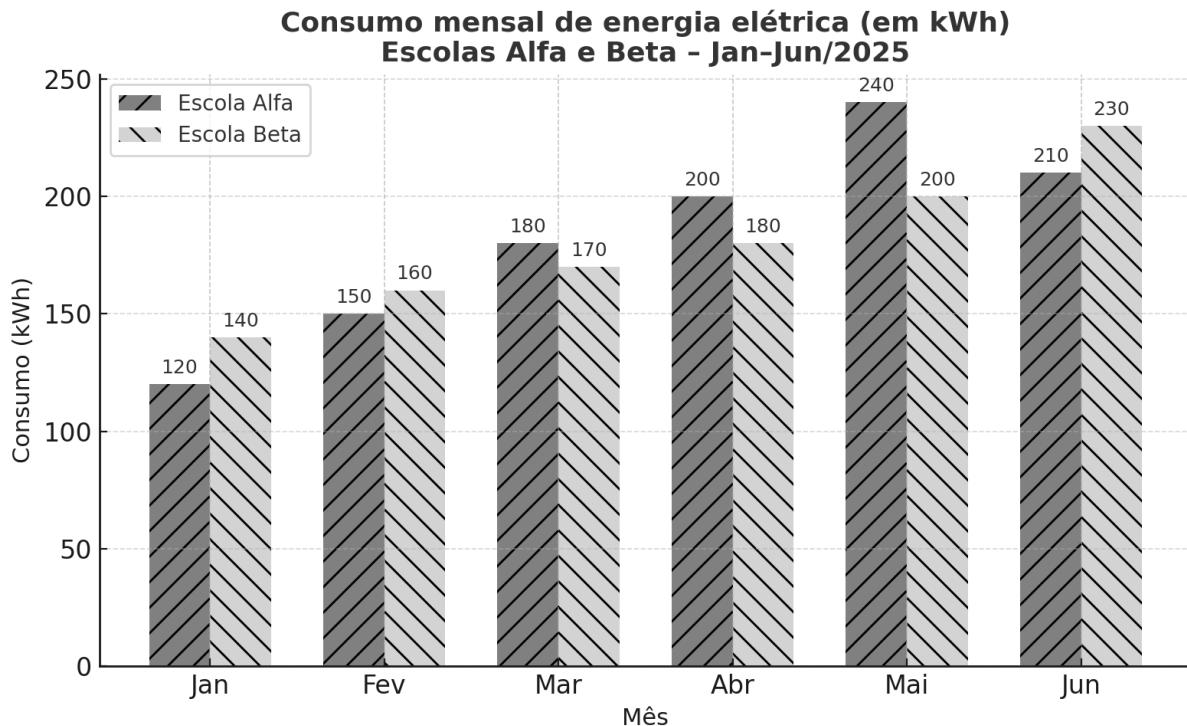
**5.** Uma pirâmide regular de base quadrada, de lado  $a$ , tem altura  $h$ . No interior dessa pirâmide foi seccionada, por um plano paralelo à base, uma segunda pirâmide menor, cujos vértices pertencem às arestas laterais da original, a uma distância igual a  $\frac{h}{3}$  do vértice superior. Determine a razão entre os volumes da pirâmide menor e da pirâmide original, e o volume do tronco de pirâmide gerado pela secção, em função de  $a$  e  $h$ .

a)  $\frac{1}{27}$  e  $26a^2h/81$       b)  $\frac{1}{27}$  e  $26a^2h/27$       c)  $\frac{1}{9}$  e  $8a^2h/27$   
d)  $\frac{1}{8}$  e  $7a^2h/24$       e)  $\frac{1}{3}$  e  $2a^2h/3$

**6.** Considere a circunferência  $\Gamma$  de centro  $C(2, -1)$  que passa pelo ponto  $P(8, 5)$ . Seja  $r$  a reta  $x - y = 1$ . Calcule o comprimento da corda determinada pela interseção de  $r$  com  $\Gamma$ .

a)  $2\sqrt{50}$       b)  $2\sqrt{60}$       c)  $2\sqrt{70}$       d)  $4\sqrt{5}$       e)  $8\sqrt{2}$

7. O Gráfico abaixo mostra o consumo mensal de energia elétrica (em kWh) de duas escolas públicas do Maranhão, entre os meses de janeiro e junho de 2025.



Com base nas informações do gráfico, considere as seguintes afirmativas:

- I. A média de consumo mensal da Escola Alfa é maior que a da Escola Beta.
- II. A mediana do consumo da Escola Beta é maior que a da Escola Alfa.
- III. O mês de maior variação entre as duas escolas é maio.

Assinale a alternativa correta.

|                                    |                            |                             |
|------------------------------------|----------------------------|-----------------------------|
| a) Apenas I está correta.          | b) Apenas II está correta. | c) Apenas III está correta. |
| corretas.                          |                            |                             |
| b) Apenas II e III estão corretas. |                            |                             |
| c) I, II e III estão corretas.     |                            |                             |

8. Em uma escola de Carolina-MA, 200 estudantes participaram de uma oficina de jogos africanos. Dois jogos foram foco da pesquisa: Mancala e Shisima. Constatou-se que 120 estudantes jogam Mancala, 90 jogam Shisima, 50 não jogam nenhum dos dois. Quantos estudantes jogam ambos os jogos?

a) 40      b) 50      c) 60      d) 70      e) 80

9. No debate sobre taxação de super-ricos, forma-se uma comissão de 9 deputadas e deputados para ajustar o texto. Quatro são favoráveis à reforma, três são contrários, dois estão indecisos. Sorteia-se aleatoriamente um subgrupo de 3 para negociar a versão final. Qual a probabilidade de esse subgrupo ter maioria favorável à reforma?

a)  $\frac{2}{3}$       b)  $\frac{5}{12}$       c)  $\frac{17}{42}$       d)  $\frac{3}{7}$       e)  $\frac{11}{21}$

**10.** Na Diretoria de Infraestrutura e Segurança da Informação da AGETIC/UFMA, dois analistas, Hélio e José, precisam resolver uma fila de 15 alertas críticos do sistema. Os dois se revezam na operação: Hélio começa, e em cada turno o analista pode resolver 1, 2 ou 3 alertas. Quem resolver o último alerta é considerado o responsável pelo sucesso da operação. Suponha que ambos joguem de forma estratégica e perfeita, sempre buscando vencer. Quem possui estratégia vencedora e qual deve ser a primeira jogada?

- a) Hélio vence somente se iniciar resolvendo 1 alerta.
- b) Hélio vence somente se iniciar resolvendo 2 alertas.
- c) Hélio vence somente se iniciar resolvendo 3 alertas.
- d) José vence, qualquer que seja a jogada de Hélio.
- e) Nenhum possui estratégia garantida.

**11.** No plano de Argand-Gauss, seja  $z$  um número complexo com  $|z| = 5$ . Calcule o valor de  $|z \cdot (1 - i)^6|$ .

**12.** Um cone reto é circunscrito a uma esfera de raio 3 cm, de modo que a esfera é tangente à base do cone e também à sua superfície lateral. Sabendo que o vértice do cone está sobre o mesmo eixo vertical da esfera e que o volume do cone é duas vezes o volume da esfera, determine a altura do cone, em centímetros.

**13.** Em Arari, às margens do rio Mearim, uma escola promove uma ação cultural e distribui 10.000 bilhetes numerados de 1 a 10.000 para os habitantes do município. Para o prêmio principal, valerão apenas os bilhetes cujo número  $n$  satisfaz  $\text{mdc}(n, 2025) = 1$  ou  $\text{mdc}(n, 2025) = 5$ . Quantos bilhetes concorrem ao prêmio principal?

**14.** Um espaço cultural terá piso em forma de losango. Cada lado mede 25 metros. A diagonal menor mede 30 metros. No centro será construída uma área circular inscrita, tangente aos quatro lados do losango. Determine o raio, em metros, dessa circunferência inscrita.

**15.** Em uma comunidade ribeirinha às margens do rio Preguiças, 6 canoas partem todas as manhãs levando moradores para a feira. Cada canoa leva um pequeno grupo de passageiros. Em um dia de comemoração, 4 dessas canoas são escolhidas para uma travessia simbólica representando as comunidades do rio. Entre as 6 canoas, 2 pertencem a famílias de quilombolas, 2 a famílias indígenas e 2 a famílias ribeirinhas. De quantas maneiras diferentes podem ser escolhidas as 4 canoas de modo que haja pelo menos uma canoa quilombola, uma indígena e uma ribeirinha participando da travessia?