2ª FASE | NÍVEL 1 | PROVA DISSERTATIVA

Nome completo: _____

Escola: _____ **Município:** _____

Polo de aplicação: _____ **Data:** 23/09/2026

Duração: 2h30min | **Questões:** 4 | **Valor:** 100 pontos

Instruções:

1. Apresente o raciocínio e justifique todas as respostas.
2. Respostas sem desenvolvimento poderão receber apenas parte da pontuação.
3. Utilize somente caneta esferográfica azul ou preta na versão definitiva.
4. Não é permitido consultar materiais nem utilizar calculadora ou aparelho eletrônico.
5. As resoluções devem ser registradas nas folhas de resposta identificadas.

Questão 1. Sobre uma mesa estão 30 cartões, numerados de 1 a 30. Júlia deseja escolher alguns desses cartões, obedecendo à seguinte regra: *a diferença entre os números de quaisquer dois cartões escolhidos deve ser maior que 2*.

a) Qual é a maior quantidade de cartões que Júlia pode escolher? Justifique sua resposta.

b) Escolhendo a maior quantidade possível de cartões, qual é a maior soma que Júlia pode obter com os números escolhidos? Justifique sua resposta.

Questão 2. Considere o número

$$A = 2023 \cdot 2024 \cdot 2025 \cdot 2026 + 1.$$

a) Mostre, sem efetuar diretamente o produto dos quatro números, que A é um quadrado perfeito.

b) Determine o número natural cujo quadrado é igual a A.

c) Prove que o produto de quaisquer quatro números naturais consecutivos, aumentado de uma unidade, é sempre um quadrado perfeito.

Questão 3. No quadrado $ABCD$, de lado 10 cm, o ponto E é o ponto médio do lado BC, e o ponto F é o ponto médio do lado CD. Os segmentos AE e BF intersectam-se no ponto P.

a) Determine a distância do ponto P ao lado AB.

b) Determine a área do quadrilátero PECF.

Questão 4. Ana, Bento, Caio e Davi obtiveram pontuações distintas em uma atividade. As pontuações foram 6, 7, 8 e 9, uma para cada estudante. Depois da atividade, eles fizeram as seguintes declarações:

- **Ana:** “Bento fez dois pontos a mais que Caio.”
- **Bento:** “Davi fez um ponto a mais que Ana.”
- **Caio:** “Ana e eu somamos 15 pontos.”
- **Davi:** “Bento e eu somamos 17 pontos.”

Sabe-se que cada estudante que obteve pontuação par fez uma declaração verdadeira e cada estudante que obteve pontuação ímpar fez uma declaração falsa.

Determine a pontuação de cada estudante e justifique por que a distribuição encontrada é a única possível.