2ª FASE | NÍVEL 3 | PROVA DISSERTATIVA

Nome completo: _____

Escola: _____ **Município:** _____

Polo de aplicação: _____ **Data:** 23/09/2026

Duração: 2h30min | **Questões:** 4 | **Valor:** 100 pontos

Instruções:

1. Apresente o raciocínio e justifique todas as respostas.
2. Respostas sem desenvolvimento poderão receber apenas parte da pontuação.
3. Utilize somente caneta esferográfica azul ou preta na versão definitiva.
4. Não é permitido consultar materiais nem utilizar calculadora ou aparelho eletrônico.
5. As resoluções devem ser registradas nas folhas de resposta identificadas.

Questão 1. Determine o menor número inteiro positivo N que é divisível por 17 e que, ao ser dividido por qualquer um dos números 4, 5, 6, 7 e 8 deixa resto igual a uma unidade a menos que o divisor. Justifique que o número encontrado é, de fato, o menor possível.

Questão 2. Seja $f:\{1,2,\ldots,2026\}\to\{1,2,\ldots,2026\}$ uma função que satisfaz, para todo $k\in\{1,2,\ldots,2026\}$,

$$f\big(f(k)\big)=k \text{ e } f(k)\neq k.$$

Considere a soma

$$S=\sum_{k=1}^{2026}|f(k)-k|.$$

Determine o menor e o maior valor possível de S. Em cada caso, apresente uma função para a qual o valor encontrado seja atingido e justifique sua resposta.

Questão 3. Os pontos A, B, D e C, nessa ordem, pertencem a uma mesma circunferência. Sabe-se que $\mathrm{AB}=\mathrm{AC}=30\ \mathrm{cm}$ e que as distâncias DC, DA e DB são proporcionais, respectivamente, a 1, 5 e 7. Determine o raio da circunferência. Justifique todas as relações geométricas utilizadas.

Questão 4. Seja $P(x)$ um polinômio com coeficientes reais e grau menor ou igual a 2025, tal que

$$P(k)=\frac{1}{k}$$

para todo número inteiro k com $1\leq k\leq 2026$. Determine o valor de $P(2027)$. Justifique sua resposta.